

## F-тест (критерий Фишера)

Рассматривается применение  $F$ -теста (критерия Фишера) в задаче регрессии.  $F$ -тест также широко используется для проверки равенства дисперсий двух или более выборок.

Предположим, что мы аппроксимируем данные полиномиальной функцией. Степень полинома, а следовательно, и количество параметров модели, можно увеличивать сколь угодно. Однако, следуя принципу бритвы Оккама, следует избегать чрезмерного усложнения модели. В противном случае возникает проблема переобучения: модель хорошо описывает обучающую выборку, но оказывается непригодной для предсказания новых данных. В связи с этим возникает задача проверки целесообразности усложнения модели.

Рассмотрим две модели, где модель 1 является вложенной в модель 2. Это означает, что модель 1 содержит  $p_1$  параметров, а модель 2 содержит  $p_2$  параметров, причём  $p_1 < p_2$ . Модель с большим числом параметров всегда может описать данные не хуже, чем модель с меньшим числом параметров. Следовательно, модель 2, как правило, обеспечивает лучшее (то есть с меньшей ошибкой) соответствие данным. Чтобы определить, является ли это улучшение статистически значимым, используется  $F$ -тест.

Пусть имеется  $n$  наблюдений. Тогда  $F$ -статистика вычисляется по формуле:

$$F = \frac{(\chi_1^2 - \chi_2^2)/(p_2 - p_1)}{\chi_2^2/(n - p_2)} = \frac{\chi_1^2 - \chi_2^2}{\chi_2^2} \cdot \frac{n - p_2}{p_2 - p_1},$$

где  $\chi^2$  — взвешенная сумма квадратов остатков, в которой веса равны обратным дисперсиям ошибок измерений.

При нулевой гипотезе о том, что модель 2 не обеспечивает статистически значимо лучшего соответствия данным по сравнению с моделью 1, статистика  $F$  имеет  $F$ -распределение с  $(p_2 - p_1, n - p_2)$  степенями свободы. Нулевая гипотеза отвергается, если наблюдаемое значение  $F$  превышает критическое значение при заданном уровне значимости.

В данной работе  $F$ -тест применялся для аппроксимации фона в кривых блеска гамма-всплесков, зарегистрированных прибором GBM на телескопе *Fermi*. Телескоп находится на околоземной орбите, что приводит к нестабильности фона во времени. В большинстве случаев достаточно аппроксимации нулевой или первой степени, однако иногда требуются модели более высокого порядка.

В моей работе по изучению спектральных и временных характеристик гамма-всплесков  $F$ -тест применялся для аппроксимации фона в кривых блеска, зарегистрированных прибором *Fermi*/GBM. Телескоп находится на околоземной орбите, что приводит к нестабильности фона во времени. В большинстве случаев достаточно аппроксимации нулевой или первой степени, однако иногда требуются модели более высокого порядка. Ниже приводятся несколько кривых блеска, которые имеют различные поведения фона,  $F$ -тест хорошо справляется с задачей определения оптимальной степени полинома без переусложнения модели (см. Рис. 1-3):

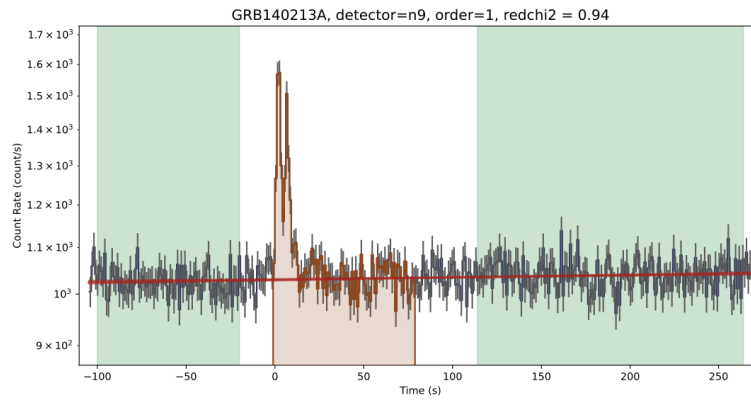


Рис. 1: Аппроксимация полиномом 1-й степени

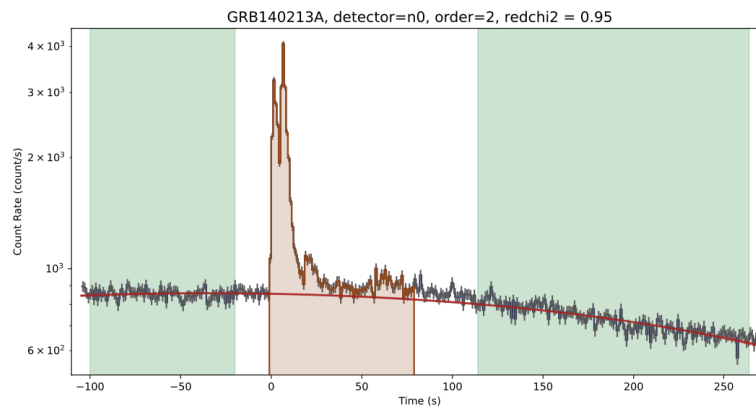


Рис. 2: Аппроксимация полиномом 2-й степени

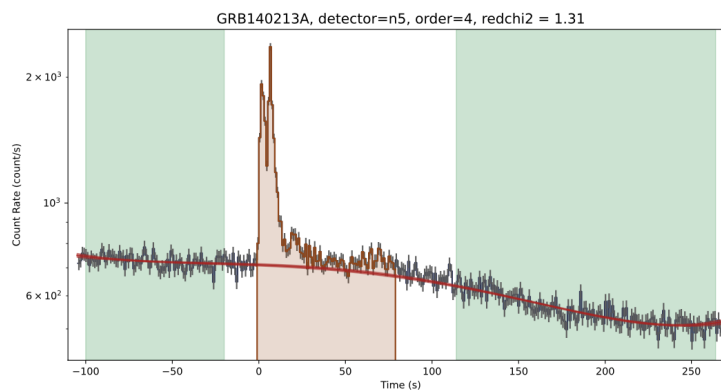


Рис. 3: Аппроксимация полиномом 4-й степени